

A HIPÓTESE DE RIEMANN PARA CORPOS FINITOS

Alex Freitas de Campos

O objetivo deste minicurso é enunciar o célebre teorema (ou cota) de Hasse-Weil, bem como apresentar uma demonstração devida a Enrico Bombieri (como em [Sti09, § 5.2]). Para uma curva algébrica C sobre o corpo finito \mathbb{F}_q , a cota de Hasse-Weil consiste na desigualdade

$$|N - (q + 1)| \leq 2g\sqrt{q},$$

na qual N e g são, respectivamente, o número de pontos \mathbb{F}_q -racionais e o gênero de C . No lugar de curvas algébricas, adotaremos a linguagem equivalente de corpos de funções algébricas.

O dito teorema é também conhecido como “Hipótese de Riemann para corpos finitos”; tal distinta (e aparente dissociada) denominação também será justificada.

Espera-se que o interessado tenha um conhecimento razoável sobre grupos, anéis, corpos e teoria de Galois, e um conhecimento mínimo sobre funções de uma variável complexa e corpos finitos.

A sequência dos tópicos abordados é como abaixo. A principal referência é [Sti09].

- Corpos de funções algébricas.
- O teorema de Riemann-Roch e suas principais consequências.
- Extensões de corpos de funções algébricas.
- A função zeta e o L -polinômio de um corpo de funções algébricas sobre um corpo finito.
- O teorema de Hasse-Weil.

Referências

- [HKT13] J. W. P. Hirschfeld, G. Korchmáros, and F. Torres. *Algebraic Curves over a Finite Field*. Princeton University Press, 2013.
- [Mor91] Carlos Moreno. *Algebraic Curves over finite fields*, volume 97 of *Cambridge Tracts in Mathematics*. Cambridge University Press, 1991.
- [NX01] Harald Niederreiter and Chaoping Xing. *Rational Points on Curves over Finite Fields: Theory and Applications*, volume 285 of *London Mathematical Society Lecture Note Series*. Cambridge University Press, 2001.
- [Sti09] Henning Stichtenoth. *Algebraic Function Fields and Codes*, volume 254 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, 2 edition, 2009.