

MINICURSO

***Equilíbrio Termodinâmico
de
Sistemas Quânticos Finitos***

Lucas CPAMM Müssnich
Doutorando em Matemática
ICMC-USP

7 de outubro de 2025

Ementa

A. Carga Horária e Público Alvo

Este é um minicurso com uma duração total de 8h, composto por 4 aulas, cada uma com 2h de duração. É voltado para estudantes em fins da graduação e início da pós-graduação, em especial àquelas pessoas interessadas em Física-Matemática e Mecânica Estatística Quântica.

B. Pré-Requisitos

Conhecimentos básicos de álgebra linear (por exemplo, matrizes adjuntas, autovalores, operações com matrizes, etc), análise real (por exemplo, seqüências, argumentos de continuidade, ínfimo e supremo, etc) e análise funcional (por exemplo, funcionais lineares, espaços de Banach, espaços de Hilbert, etc).

C. Justificativa e Objetivo

Sob um ponto de vista pedagógico, introduzir a noção de equilíbrio termodinâmico para sistemas finitos traz à baila diversos conceitos que aparecem no *setting* mais geral da Mecânica Estatística Quântica Algébrica (AQSM), com a vantagem de se o fazer de modo matematicamente mais simples. Desta forma, o curso tem como objetivo introduzir equilíbrio termodinâmico para sistemas de matrizes via estados de Gibbs e, a partir daí, obter, para tais estados, duas caracterizações estáticas (minimização da energia livre e tangência à função pressão) e duas dinâmicas (KMS e passividade), dentre as quais três são, em dimensão finita, equivalentes entre si (minimização, tangência e KMS). Com isto se espera, portanto, que às pessoas interessadas em AQSM sejam fornecidos elementos que estarão presentes nos casos de dimensão infinita – estes surgindo, por exemplo, naturalmente quando se considera o limite termodinâmico de sistemas inicialmente definidos em regiões finitas do espaço.

D. Plano de Aulas

Aula 1 – Estados de Gibbs

- i. Breve motivação para o estudo de AQSM.
- ii. Cálculo funcional contínuo para matrizes autoadjuntas.
- iii. Estados de Gibbs.
- iv. Exercícios.

Aula 2 – Caracterização estática do equilíbrio, parte I

- i. Entropia de von Neumann e energia livre de Helmholtz.
- ii. Desigualdade de Peierls-Bogoliubov.
- iii. Estados de Gibbs como minimizantes da energia livre de Helmholtz.
- iv. Exercícios.

Aula 3 – Caracterização estática do equilíbrio, parte II

- i. Pressão e convexidade.
- ii. Estados de Gibbs como funcionais tangentes.
- iii. Equivalência entre minimização e tangência.
- iv. Exercícios.

Aula 4 – Caracterização dinâmica do equilíbrio

- i. Dinâmicas de Heisenberg e Schrödinger.
- ii. Condição KMS e estados de Gibbs.
- iii. Equilíbrio e passividade.
- iv. Passividade, estacionariedade e ciclicidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BÁSICA

[Bru-Pedra] J.-B. BRU, W.D.S. PEDRA. *C*-algebras and mathematical foundations of quantum statistical mechanics*. Springer (2017)

AVANÇADAS

[Bratteli-Robinson] O. BRATTELI, D. ROBINSON. *Operator algebras and quantum statistical mechanics 2* . Springer, 2^a edição (2002)

[Evans-Kawahigashi] D. EVANS, Y. KAWAHIGASHI. *Quantum symmetries and operator algebras* . Claredon Press, Oxford (1998)