

# Introdução à Análise Harmônica em Espaços Homogêneos do tipo Compacto

## 1. Ementa:

- a) Grupos de Lie compactos e suas representações: representações irredutíveis têm dimensão finita – demonstração baseada em [4]; Lema de Schur – demonstração por invariância de núcleo e imagem de transformações que comutam com representações irredutíveis; Teorema de Peter-Weyl – demonstração parcial baseada em [1].
- b) Espaços homogêneos: caracterização de espaços homogêneos como quociente de grupos de Lie – demonstração baseada em [3]; funções em espaços homogêneos como funções no grupo invariantes por um subgrupo.
- c) Análise harmônica em espaços homogêneos por grupos compactos: decomposição do espaço  $L^2$  como soma direta de *spans* de coeficientes de representações – demonstração baseada em [2]; *span* de coeficientes de representação  $\rho$  como soma direta de representações de classe  $[\rho^*]$  – demonstração baseada em [2]; execução dos exemplos  $S^1=U(1)$  (série de Fourier clássica) e  $S^2=SU(2)/U(1)$  (harmônicos esféricos).

## 2. Planejamento:

O objetivo é concluir cada um dos três itens da ementa em 4 horas, totalizando as 12 horas de minicurso. O foco principal é o último item, por isso resultados periféricos, mas importantes para o desenvolvimento da análise harmônica serão apresentados como fatos dados (*e.g.*: existência de medidas invariantes em grupos compactos e em espaços homogêneos). Definições e resultados (provados ou não) serão seguidos de exemplos para sedimentar seus significados e fortalecer intuição.

## 3. Bibliografia:

- [1] Folland, G. *A course in abstract analysis*. CRC Press, 1995.
- [2] Helgason, S. *Groups and geometric analysis*. Academic Press, 1984.
- [3] Lee, J. *Introduction to smooth manifolds*. Springer, 2002.
- [4] Nachbin, L. On the finite dimensionality of every irreducible unitary representation of a compact group. *Proc. Amer. Math. Soc.* 12 (1961), 11-12.