Sobre Teoria Ergódica Clássica e Infinita

Em parceria com a UFSCar

Fernando Lenarduzzi

A base da Teoria Ergódica Clássica está na no século XIX com L. Boltzmann, J. C. Maxwell e J. C. Gibbs em seus estudos sobre teoria cinética dos gases. Eles estavam interessados em entender como órbitas típicas de um fluxo hamiltoniano poderiam cobrir um espaço.

Definição: *Seja $(X, \mathcal{B}, \mu)$ um espaço de medida $T : X \to X$.Dizemos que a medida μ é T-invariante se para qualquer $A \in \mathcal{B}$*

$$\mu(T^{-1}(A)) = \mu(A)$$

Também dizemos que T é ergódica com respeito a medida μ se ela não tem conjuntos invariantes não-triviais,isto é

$$T^{-1}(A) = A \Rightarrow \mu(A) = 0 \textit{ or } \mu(A^c) = 0 \qquad A \in \mathcal{B}$$

Ergodicidade era a hipótese que Boltzmann procurava e a teoria começou a se desenvolver a fim de determinar se um sistema era ergódico ou não, quase sempre sob a hipótese de finitude da medida μ.
Em Teoria Ergódica Infinita alguns conceitos básicos funcionam de uma forma ligeiramente diferente da teoria clássica: as somas de Birkhoff são "sempre" zero, você não tem o teorema da Recorrência de Poincaré da forma que o conhecemos e a aplicação de primeiro retorno tem um papel interessante neste contexto.
Neste minicurso faremos uma breve revisão sobre Teoria Ergódica Clássica a fim de estudar alguns exemplos em Teoria Ergódica Diferenciável, discutindo propriedades notáveis e, por fim, apresentaremos alguns resultados relativos a quando a medida no espaço todo é infinita. Utilizaremos de exemplos e toy models para explicitar as diferenças com o caso finito.

Palavras-chave: Teoria Ergódica, Teoria Ergódica Infinita.